

FICHA 6 - INTERVALOS DE CONFIANÇA E TESTES DE HIPÓTESES

1. Consideraram-se dez árvores de determinada espécie com a mesma idade e mediu-se-lhes a respectiva área basal (em cm^2). A soma dessas medições foi de $5918 cm^2$. Com base na amostra recolhida, e admitindo que a variável área basal segue uma lei Normal $N(\mu; 200^2)$:
 - a) Indique a decisão estatística a tomar, com nível de significância de 0.5% , quando se pretende efectuar o teste de hipóteses $H_0 : \mu = 500$ contra $H_1 : \mu = 600$;
 - b) Construa um intervalo de confiança para a média μ , com grau de confiança de 97% ;
 - c) Poderemos concluir, ao nível de significância de 3% , que a área média basal desta população de árvores de determinada espécie é diferente de $600 cm^2$?

2. Os valores de pH obtidos em 16 análises de água mineral de uma certa origem são:

6.7 6.1 5.9 6.9 7.6 7.4 7.4 7.2 6.3 5.6 5.9 7.0 7.8 6.7 6.0 7.1

 - a) Admita que o valor do pH das águas analisadas provenientes dessa origem, é uma variável aleatória que segue uma lei Normal $N(\mu; \sigma^2)$. Com base nos valores anteriores:
 - i) Construa um intervalo de confiança para a média μ , com um grau de confiança de 99% .
 - ii) Poderemos concluir, ao nível de significância de 5% , que o pH médio da água proveniente da captação é superior a 7?
 - b) Admita agora que o valor do pH das águas analisadas provenientes da captação é uma variável aleatória que segue uma lei Normal $N(7; 0.04)$.
 - i) Qual a probabilidade do valor do pH da água captada se situar entre 6.5 e 7.1?
 - ii) Qual a probabilidade de, em vinte e cinco análises efectuadas, se registarem em dezoito delas valores de pH inferiores a 7?

3. Na Estação Meteorológica da ESAC foram medidos, entre outros, os valores da temperatura máxima diária do ar ($^{\circ}C$) no mês de Julho último. A soma das temperaturas máximas registadas é de $907.5^{\circ}C$ e a soma dos respectivos quadrados é igual a $27146.95 (^{\circ}C)^2$. Supondo que a amostra das temperaturas máximas do ar recolhidas nessa estação é proveniente de uma população Normal:
 - a) Defina a região de rejeição do teste de hipóteses $H_0 : \mu = 31$ contra $H_1 : \mu = 30$ e indique, com base na amostra, a decisão estatística a tomar, aos níveis de significância de 1% e 5% ;
 - b) Associado ao teste anterior, calcule o p -value através da máquina e interprete-o;
 - c) Com base na amostra considerada, calcule um intervalo de confiança para a variância da população, com um grau de confiança de 98% .

4. Ao longo de um ano, o consumo mensal de água, em m^3 , de uma família com quatro elementos, foi de:

12 12 14 13 14.5 15.5 15 17 9 10 10.5 12.5

Admita que o consumo mensal de água, de uma família de quatro elementos, é uma variável Normal. Com base na amostra dada:

- Construa um intervalo de confiança, com grau de confiança de 95%, para o desvio padrão do consumo mensal de água;
 - Teste, com nível de significância de 5%, as hipóteses $H_0 : \sigma = 1$ contra $H_1 : \sigma \neq 1$;
 - Teste, com nível de significância de 5%, as hipóteses $H_0 : \sigma = 2$ contra $H_1 : \sigma > 2$;
 - Teste, com nível de significância de 2.5%, as hipóteses $H_0 : \sigma^2 = 3$ contra $H_1 : \sigma^2 < 3$, supondo que o verdadeiro valor do consumo médio mensal é de $13.5 m^3$.
5. Uma empresa de pesquisa de mercado está a estudar se há diferença entre os salários (euros) dos trabalhadores indiferenciados numa certa indústria em duas regiões do país, A e B. Os resultados obtidos foram:

Região	Amostra	Média Salarial	Desvio padrão
A	$n_A = 100$	$\bar{x}_A = 1000$	$s_A = 26.7$
B	$n_B = 200$	$\bar{x}_B = 980$	$s_B = 30.4$

- Determine o intervalo de confiança a 99% para a diferença entre os valores esperados dos salários dos trabalhadores;
 - Teste, ao nível de significância de 1%, se as médias das populações em causa são iguais.
6. Num estudo ecológico sobre os rios portugueses, mediu-se a concentração de estrôncio (mg/ml) em dois cursos de água, Tejo e Mira. Considere as amostras provenientes de populações Normais.

Rios	Valores das concentrações de estrôncio						Soma	Soma Quadrática
Tejo (T)	41	44.1	46.4	40.2	38.6	36.3	246.6	10202.46
Mira (M)	28.2	33.2	36.4	34.6	29.1	----	161.5	5266.41

- Calcule as variâncias amostrais;
- Defina a região de rejeição do teste de hipóteses $H_0 : \mu_T = \mu_M$ contra $H_1 : \mu_T \neq \mu_M$ e indique com base na amostra, a decisão estatística a tomar, ao nível de significância de 5%;
- Responda à alínea anterior, construindo um intervalo de confiança adequado;
- Considere que a concentração anual de estrôncio no rio Tejo segue uma lei Normal de média $40 mg/ml$ e variância $11 (mg/ml)^2$.
 - Calcule o vigésimo percentil associado a esta lei e interprete-o;
 - Ao longo de um século, qual a probabilidade de em pelo menos 72 anos, se registar uma concentração anual de estrôncio entre 30 e $45 mg/ml$ no rio Tejo?