FICHA 3 - PROBABILIDADES

1. Num espaço amostral $\Omega = \{A, B, C\}$, em quais das seguintes alíneas está definida uma medida de probabilidade? Justifique.
 - a) $P(A) = \frac{2}{3}$ $P(B) = -\frac{1}{3}$ $P(C) = \frac{2}{3}$
 - b) $P(A) = \frac{1}{4}$ $P(B) = \frac{1}{3}$ $P(C) = \frac{1}{2}$
 - c) $P(A) = 0$ $P(B) = \frac{1}{3}$ $P(C) = \frac{2}{3}$

2. Determinar a probabilidade, p, para cada um dos seguintes acontecimentos (eventos):
 - a) De aparecer um número ímpar num único lance de um dado honesto;
 - b) De ocorrer pelo menos uma face comum em dois lances de uma moeda honesta;
 - c) De surgir um ás, um dez de ouros ou um dois de espadas quando se retira uma carta de um baralho bem embaralhado de 52 cartas;
 - d) De aparecer um total de 7 num único lançamento de dois dados;
 - e) De aparecer uma face comum no próximo lançamento de uma moeda, se, de um total de 1000 lançamentos anteriores, com a mesma moeda, 621 eram faces nacionais.

3. Um par de dados não viciados é lançado uma vez.
 - a) Descreva o espaço de resultados.
 - b) Se em vez de lançar dois dados uma vez, lançasse um dado duas vezes, como descreveria o espaço de resultados?
 - c) Descreva os seguintes acontecimentos:
 - i) A soma do número de pintas dos dois dados é igual a 6;
 - ii) O produto do número de pintas dos dois dados é um número ímpar;
 - iii) A diferença absoluta do número de pintas dos dois dados é igual a 2.
 - d) Calcule as probabilidades associadas aos acontecimentos:
 - i) A soma do número de pintas dos dois dados é igual a 9;
 - ii) A soma do número de pintas dos dois dados é igual a 1;
 - iii) A soma do número de pintas dos dois dados é maior que 7;
 - iv) A soma do número de pintas dos dois dados é igual a 5, 6 ou 7;
 - v) A soma do número de pintas dos dois dados é maior ou igual a 11;
 - vi) A soma do número de pintas dos dois dados é igual a 21.

4. Uma bola é retirada ao acaso de um saco que contém seis bolas vermelhas, quatro brancas e cinco azuis. Determinar as seguintes probabilidades:
 - a) A bola retirada é vermelha;

- b) A bola retirada é azul;
- c) A bola retirada é branca;
- d) A bola retirada não é vermelha;
- e) A bola retirada é branca ou azul.

5. Considere que tem uma caixa com 10 bolas numeradas de 1 a 10, da qual se extrai ao acaso uma bola. Sejam os acontecimentos A : “saída de bola com número par” e B : “saída de bola com número ímpar inferior a 7”. Construa os seguintes acontecimentos e calcule as respectivas probabilidades:

- a) Não ocorrência de B ;
- b) Ocorrência de A e de B ;
- c) Ocorrência de, pelo menos, um dos acontecimentos;
- d) Ocorrência de A e não ocorrência de B ;
- e) Não ocorrência nem de A nem de B .

6. A relação existente entre a religião e o sexo da população de uma localidade apresenta-se na seguinte tabela:

		Sexo		
		Masculino (M)	Feminino (F)	
Religião	Católica (C)	1935	2410	4345
	Evangélica (E)	752	833	1585
	Outra (O)	48	22	70
		2735	3265	6000

- a) Admita que se selecciona ao acaso um indivíduo desta população. Calcule a probabilidade de o indivíduo:
 - i) ser mulher
 - ii) não ser da religião evangélica
 - iii) ser mulher católica
 - iv) ser homem de outra religião
 - v) ser de religião católica, admitindo que o indivíduo seleccionado é um homem
- b) Os acontecimentos “o indivíduo é mulher” e “o indivíduo é homem” serão mutuamente exclusivos? Justifique.
- c) Os acontecimentos “o indivíduo é mulher” e “o indivíduo é de religião evangélica” serão independentes? Justifique.

7. Sejam A e B dois acontecimentos tais que: $P(A) = \frac{1}{3}$ e $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$. Determine $P(B)$, sabendo que:

- a) A e B são acontecimentos mutuamente exclusivos;
- b) A e B são acontecimentos independentes;
- c) $P(B | A) = \frac{1}{2}$.

8. Sejam A e B dois acontecimentos de probabilidade não nula. Indique se A e B podem ser:
- Mutuamente exclusivos;
 - Independentes;
 - Independentes e mutuamente exclusivos.

Árvore de probabilidades ou diagrama de árvore

9. Numa experiência laboratorial pretende-se ensinar um rato a virar à direita num labirinto. Para tal, coloca-se o rato num compartimento com duas saídas à escolha: uma à direita e outra à esquerda. Em cada tentativa, se o rato sair pela direita é recompensado com um cubo de queijo, e se sair pela esquerda é castigado com um leve choque eléctrico. Admita que o rato se move de acordo com as seguintes leis:
- na 1ª tentativa, escolhe aleatoriamente a saída;
 - se em determinada tentativa for recompensado, sai pela direita na tentativa seguinte com probabilidade 0.6;
 - se em determinada tentativa for castigado, sai pela direita na tentativa seguinte com probabilidade 0.8.
- Qual a probabilidade de o rato sair pela direita na 2ª tentativa?
 - Sabendo que na 2ª tentativa saiu pela direita, qual a probabilidade de ter saído pela esquerda na 1ª tentativa?
10. Numa floresta supõe-se que 30% das árvores estão infectadas por um parasita. Escolheram-se, nessa floresta, quatro árvores ao acaso. Admita que não existe contaminação entre as árvores. Calcule as probabilidades dos acontecimentos seguintes:
- Existem menos de duas árvores infectadas;
 - Existem pelo menos três árvores infectadas;
 - O número de árvores infectadas situa-se entre um (exclusive) e três (inclusive);
 - O número de árvores infectadas situa-se entre um (inclusive) e três (inclusive);
 - Mais do que uma árvore está infectada.
11. De um lote que contém 25 peças, das quais 5 são defeituosas, escolhem-se 3 ao acaso. Seja X o número de peças defeituosas encontradas. Calcule a probabilidade de no máximo uma peça ser defeituosa e duas serem defeituosas, quando as peças são escolhidas com reposição e sem reposição.
12. Um estudante tem 3 exames. A probabilidade de passar num exame é de 0.5. Calcule a probabilidade de ficar bem:
- Em pelo menos um exame;
 - Em exactamente um exame;
 - Obtenha as respostas das alíneas anteriores, utilizando um diagrama de árvore.

CÁLCULO COMBINATÓRIO

13. Suponhamos a existência de 3 letras A, B e C. Calcule $A_2^3, \alpha_2^3, P_3, C_2^3, K_2^3$ e indique os agrupamentos que se podem formar.
14. De quantas maneiras 6 pessoas se podem sentar em 6 cadeiras?
15. Uma urna contém 10 bolas irreconhecíveis pelo tacto. Quantas tiragens de 3 bolas se podem obter?
16. A ementa de um restaurante oferece 2 tipos de sopa, 4 pratos principais e 4 sobremesas distintas. Quantas refeições distintas (sopa, prato principal e sobremesa) pode um cliente escolher?
17. No final de uma prova olímpica apresentam-se 5 atletas. Quantos podiuns distintos se podem formar se existirem três medalhas (ouro, prata e bronze)?
18. Com 8 bandeiras diferentes, quantos sinais de 3 bandeiras diferentes se podem obter? E quantos sinais de 3 bandeiras se podem obter?
19. Com 6 letras, digamos A, B, C, D, E, F, quantas palavras-código de 4 letras podem ser formadas se:
 - a) Nenhuma letra puder ser repetida?
 - b) Qualquer letra puder ser repetida, qualquer número de vezes?
20. Numa pizzaria preparam-se pizzas com pelo menos 5 variedades. Dispondo-se de 8 ingredientes, qual o número de pizzas diferentes que se podem preparar?
21. Tiram-se ao acaso 5 cartas de um baralho de 40 cartas. Quantas possibilidades existem de tirar no máximo duas cartas de copas?
22. Num aquário há cinco peixes dourados, três encarnados e dois prateados. Quantas maneiras diferentes temos de retirar três desses peixes com uma rede, se forem todos da mesma cor? E se forem todos de cor diferente?
23. O João trouxe do encadernador sete livros, cinco de Inglês e dois de Francês. Verificou que, por lapso, os livros não estavam identificados exteriormente. Quantas maneiras distintas tem o João de escolher dois livros ao acaso e
 - a) ambos serem de Inglês?
 - b) um dos livros ser de Inglês e o outro ser de Francês?
24. Com os algarismos 0, 2, 4, 6 e 8 quantos números podem ser formados se forem:
 - a) Menores que 500?
 - b) Menores que 500, mas não inferiores a 100? E destes números, quantos são formados por 3 algarismos diferentes?