

Modelação matemática e resolução de problemas de Engenharia

Aula 1 Métodos Numéricos e Programação em Engenharia

16/02/2007

João Noronha

1

Métodos numéricos?

- Técnicas que permitem que problemas matemáticos sejam formulados de modo a poderem ser resolvidos utilizando operações aritméticas
- Envolvem um número elevado de cálculos aborrecidos.
- São apropriados para serem resolvidos utilizando computadores
 - que normalmente não se aborrecem muito...

16/02/2007

João Noronha

2

Porquê estudar métodos numéricos?

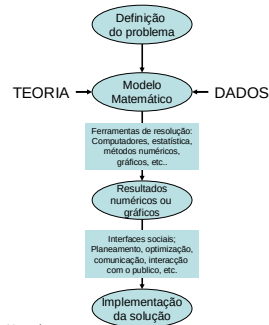
- Os métodos numéricos são ferramentas poderosas para a resolução de problemas
 - Sistemas de equações com muitas incógnitas; não linearidades; geometrias complicadas...
 - Problemas que não têm solução analítica
- Durante a vida profissional terão a oportunidade de trabalhar com aplicações informáticas que incluem métodos numéricos
 - Para a sua utilização inteligente é necessário conhecer as teorias básicas por detrás dos métodos
- Por vezes não existem programas prontos para resolver um dado tipo de problema
 - Ou se tem uma "pipa de massa" para pagar a um programador...
- Uma boa maneira de aprender a programar e a tirar o melhor partido dos computadores
- Uma boa maneira de compreender alguns conceitos matemáticos

16/02/2007

João Noronha

3

Resolução de problemas...



16/02/2007

João Noronha

4

Pára-quedista em queda livre...

- $F = m a$
 - F : força (N)
 - m : massa (kg)
 - a : aceleração (m^2/s)
- Descreve o processo ou sistema em termos matemáticos
- É uma idealização ou simplificação da realidade
 - Ignora detalhes irrelevantes e foca o essencial
- Permite obter resultados reprodutíveis e pode ser utilizado para efectuar previsões
 - Se soubermos a força e a massa do objecto podemos calcular a aceleração... e com isso a velocidade e a posição em função do tempo.
 - $a = dv/dt = F/m$



16/02/2007

João Noronha

5

Considerando a resistência do ar...

- $F = F_D + F_U$
- $F_D = m g$
 - $g = 9,8 m^2/s$
- $F_U = ?$
 - Mantendo as coisas simples...
- $F_U = - c v$
 - c - coeficiente de arrasto (drag coefficient) (kg/s)

$$a = \frac{F}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F_D + F_U}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{mg - cv}{m}$$

simplificando

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{c}{m} v$$



16/02/2007

João Noronha

6

Que velocidade atinge o pára-quedista em queda livre?

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{c}{m}v$$

Assumindo que o pára-quedista parte do repouso ($v=0$; $t=0$)
Podemos obter a seguinte solução analítica que nós dá a variação da velocidade em função do tempo...

$$v(t) = \frac{g \cdot m}{c} (1 - e^{-(c/m)t})$$

Vamos assumir os seguintes valores
-Massa do pára-quedista... 68,1 kg
-Coeficiente de arrasto... 12,5 kg/s
E vamos para o EXCEL fazer as contas....



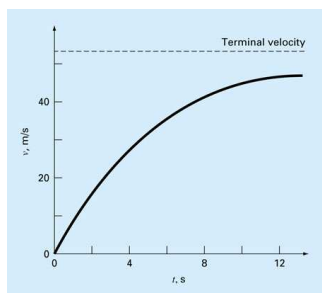
16/02/2007

João Noronha

7

Solução analítica

t (s)	v (m/s)
0	0,00
2	16,40
4	27,77
6	35,64
8	41,10
10	44,87
12	47,49
∞	53,39



16/02/2007

João Noronha

8

Resolução numérica...

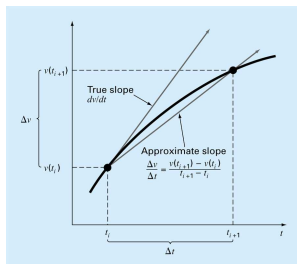
$$\frac{dv}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\frac{dv}{dt} \equiv \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_{i+1}) - v(t_i)}{t_{i+1} - t_i}$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{c}{m}v$$

$$\frac{v(t_{i+1}) - v(t_i)}{t_{i+1} - t_i} = g - \frac{c}{m}v(t_i)$$

$$v(t_{i+1}) = v(t_i) + \left[g - \frac{c}{m}v(t_i) \right] \cdot (t_{i+1} - t_i)$$



16/02/2007

João Noronha

9

Olhando para a equação...

$$v(t_{i+1}) = v(t_i) + \left[g - \frac{c}{m} v(t_i) \right] (t_{i+1} - t_i)$$

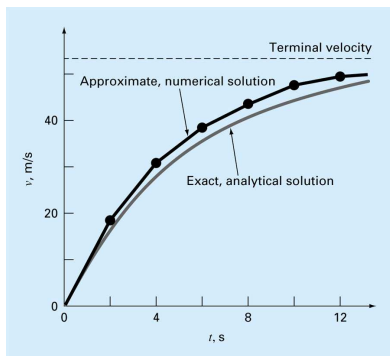
Novo Valor = Valor antigo + declive * intervalo

Método de Euler

16/02/2007

João Noronha

10



16/02/2007

João Noronha

11
